Resursă didactică educațională gratuită pentru învățământul primar
Propusă de către Prof. Maianu Gabriela
Școala generală „Anton Pann” Voluntari

METODE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE ARITMETICĂ

Metodele de rezolvare a problemelor sunt:
a) Metode algebrice;
b) Metode aritmetice.

a) Metodele algebrice – utilizează tehnica bazată pe ecuaţii şi sisteme de ecuaţii, parcurgând etapele:

- Stabilirea necunoscutelor şi notarea lor literală;
- Punerea problemei în ecuaţie, adică traducerea în limbaj algebric, utilizând ecuaţii şi sisteme de ecuaţii;
- Rezolvarea ecuaţiei sau a sistemelor de operaţii;
- Interpretarea soluţiilor obţinute şi verificarea lor în problemă pentru a verifica în ce măsură corespund naturii şi condiţiilor problemei, dacă problema admite una sau mai multe soluţii, dacă soluţiile sunt sau nu posibile din punct de vedere logic.

b) Metode aritmetice

În ciclul primar problemele se rezolvă prin metoda aritmetică. Aceasta se clasifică în două categorii:

1. Metode fundamentale sau generale;
2. Metode speciale sau particulare.

1. Metode aritmetice generale – se aplică mai mult sau mai puţin în rezolvarea tuturor problemelor. Utilizarea acestor metode se bazează pe operaţii de analiză şi sinteză ale gândirii, motiv pentru care se numeşte metoda analitică şi metoda sintetică.

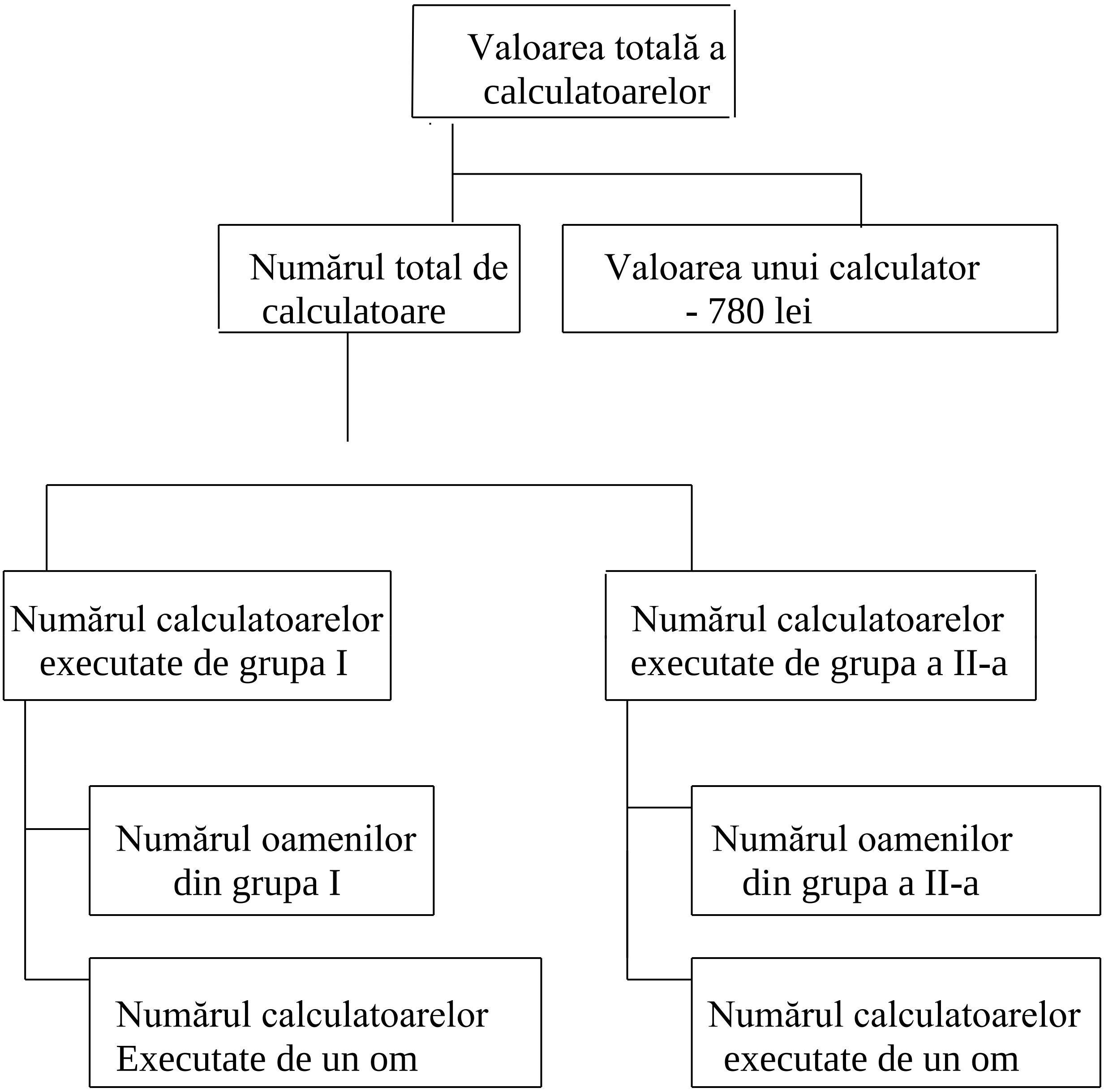
a. Metoda analitică – presupune analiza problemei în ansamblu, apoi, pornind de la întrebarea ei, a o descompune în problemele simple din care este formată şi a ordona aceste probleme într-o succesiune logică astfel încât rezolvarea lor să contribuie în mod convergent la formularea răspunsului pe care îl necesită întrebarea problemei.

Exemplu:

”Într-o firmă lucrează două grupe. Prima grupă este formată din 5 oameni care produc câte 17 calculatoare pe zi fiecare, a doua grupă are 6 oameni care produc 15 calculatoare pe zi fiecare. Să se stabilească valoarea calculatoarelor executate intr-o zi de cele două grupe, ştiind că un calculator valorează 780 lei.”

Rezolvare:

- Examinarea problemei prin metoda analitică.



Detaliile stabilite analitic se sintetizează sub forma unui plan de rezolvare care cuprinde enunţarea problemelor simple în care s-a descompus problema dată şi indică succesiunea acestor probleme în procesul de efectuare a calculelor.

a. Se calculează numărul calculatoarelor executate de grupa I:

5 X 17 = 58 calculatoare

b. Se calculează numărul calculatoarelor executate de grupa a II-a:

6 X 15 = 90 calculatoare

c. Se află numărul total de calculatoare executate de cele două grupe:

85 + 90 = 175 calculatoare

d. Se calculează valoarea totală a calculatoarelor:

780 X 175 = 136.500 lei

b. Metoda sintetică – presupune orientarea gândirii elevilor asupra datelor problemei, gruparea datelor după relaţiile dintre ele, formând cu aceste date toate problemele simple posibile aşezate într-o ordine logică sfârşind cu acea problemă simplă a cărei întrebare coincide cu întrebarea problemei date.

Exemplu :

Problema anterioară rezolvată prin metoda sintetică:

a. Cunoscând numărul oamenilor din grupa I şi numărul calculatoarelor executate de ei, se află numărul calculatoarelor executate de întreaga grupă.

b. Analog pentru grupa a II-a.

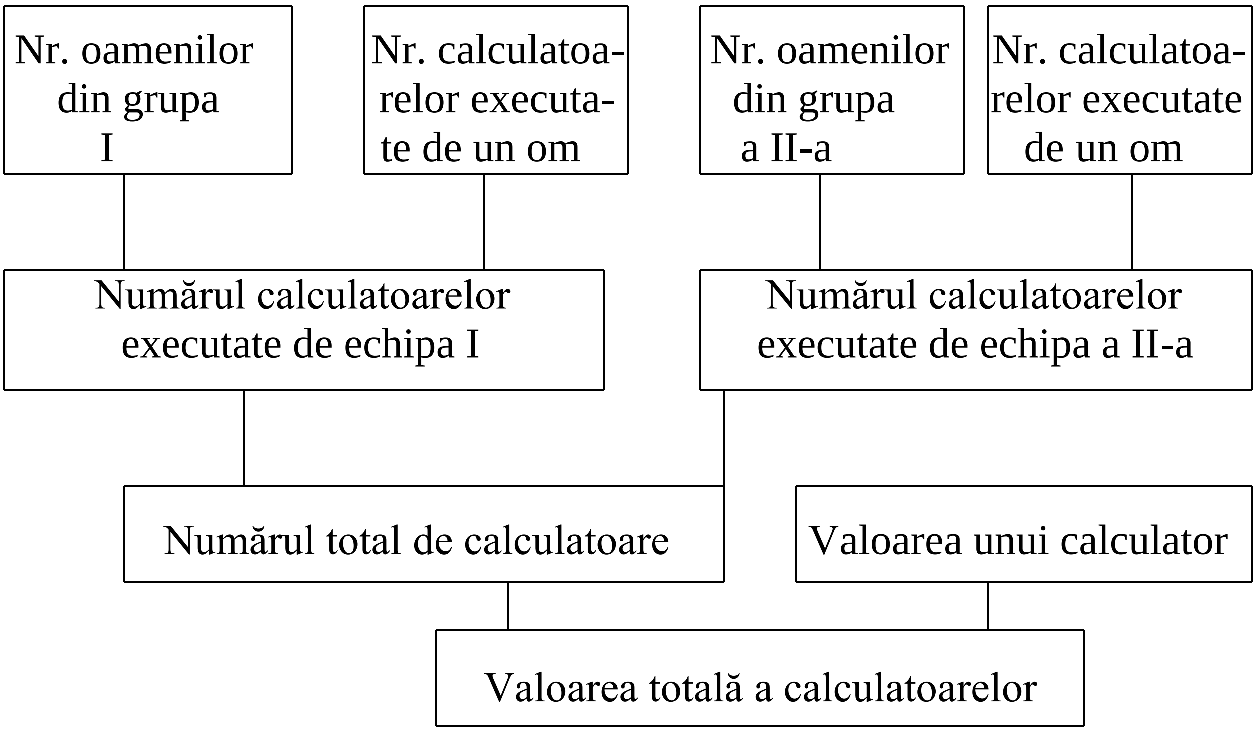
c. Dacă s-a aflat câte calculatoare a executat prima grupă şi câte a II-a grupă, se poate afla numărul total de calculatoare executate de cele două grupe.

d. Cunoscând numărul total de calculatoare şi valoarea unui calculator se poate afla valoarea lor totală.

Referitor la cele două metode generale se poate afirma că procesul analitic nu apare şi nici nu se produce izolat de cel sintetic, cele două operaţii ale gândirii sunt în strânsă interdependenţă condiţionându-se reciproc şi realizându-se într-o unitate inseparabilă. Din acest motiv cele două metode apar deseori sub denumirea unică: metoda analitico-sintetică.

2. Metode aritmetice specifice – sunt variate şi diferă de la o categorie de probleme la alta adaptându-se specificul acestuia.

Schema problemei:



2.1 Metoda figurativă sau grafică

Este metoda care pentru reprezentarea mărimilor din problemă şi a relaţiilor dintre ele foloseşte elemente grafice, desene, scheme.

Se mai pot folosi şi diferite combinaţii:

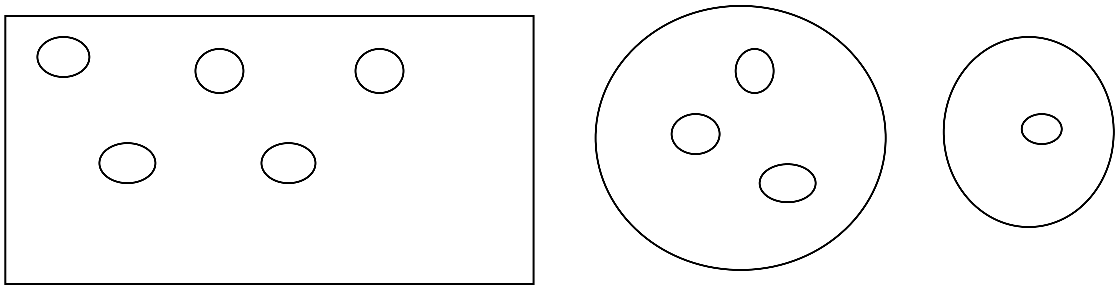
- Desene care reprezintă acţiunea problemei şi părţile ei componente;
- Figuri geometrice diferite, segmentul de dreaptă, triunghiul, dreptunghiul, pătratul, cercul;
- Figurarea schematică a relaţiilor matematice dintre datele problemei;
- Semne convenţionale obişnuite sau stabilite de comun acord cu elevii;
- Litere şi combinaţii de litere;
- Elemente grafice simple: puncte, linii, ovale, cerculeţe.

Metoda figurativă are caracter intuitiv, permiţând înţelegerea vizualizată a relaţiilor dintre datele problemei, caracter general, fiind aplicabilă oricăror categorii de probleme ce se pot descrie grafic, are caracter creator apelând direct la inventivitatea şi capacitatea creatoare a celui care rezolvă problema. Rezolvitorul de probleme simte nevoia să-şi ”apropie” datele problemei, relaţiile dintre acestea, din cadrul enunţului problemei. Pentru aceasta realizează un desen, ca cât rezolvitorul este ”la început de drum” cu atât desenul va fi mai detaliat, pe măsură ce-şi formează unele deprinderi şi priceperi, figura devine mai abstractă, redă numai esenţialul.

2.1.1. Figurarea prin desen

”Pe o bancă erau 5 mame. Mai târziu au venit 3 fetiţe şi un băiat. Câte persoane sunt acum pe bancă?”

Calcul: $5 + 3 = 8$ sau $3 + 1 = 4$
$8 + 1 = 9$ $5 + 4 = 9$



2.1.2. Figurarea prin segmente de dreaptă

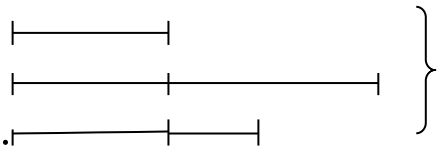
”Trei unităţi şcolare primesc 1000 t combustibil solid. A doua şcoală primeşte dublu faţă de prima şcoală, iar a treia cu 100 t mai mult decât prima.

Ce cantitate de combustibil primeşte fiecare?”

Rezolvare:

Figurarea se realizează cu ajutorul segmentelor de dreaptă.

I.
II.
III.



Dacă celei de-a treia unităţi şcolare nu i s-ar fi repartizat cele 100 t atunci cantitatea 1000 – 100 = 900 t ar fi fost repartizată după cum se observă din figura celor patru segmente egale, 1 de la I unitate, 2 de la a II-a unitate şi 1 de la a III-a unitate şcolară.

Deci 900 : 4 = 225 t pentru fiecare parte

Prima unitate şcolară va primi 225 t.

A doua unitate şcolară va primi 225 X 2 = 500 t

A treia unitate şcolară va primi 225 + 100 = 325 t

2.1.3. Folosirea figurilor geometrice

”Trei parcuri au suprafaţa totală de 3848 m^2. Parcul al doilea este cu 260 m^2 mai mare decât primul, iar al treilea cu 307 m^2 mai mare decât al doilea. Aflaţi suprafaţa fiecărui parc.”

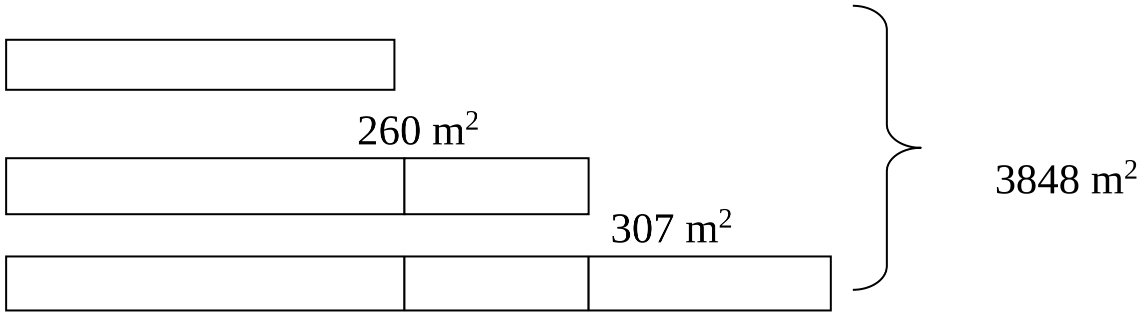
Rezolvare:

$3848\ m^2 - [260\ m^2 + (260\ m^2 + 307 m^2)] = 3021 m^2$

$3021\ m^2 : 3 = 1007\ m^2$ aria primului parc.

$1007\ m^2 + 260\ m^2 = 1267\ m^2$ aria celui de al doilea parc.

$1007\ m^2 + 260\ m^2 + 307\ m^2 = 1574\ m^2$ aria celui de al treilea parc.



2.1.4. Figurarea schematică

”Într-o fermă erau cai, oi, raţe şi pui, în total 750 capete şi 2100 picioare. Ştiind că numărul oilor este dublu faţă de numărul cailor, iar numărul raţelor este dublu faţă de cel al puilor, să se afle câte raţe, oi, cai, pui se aflǎ în fermă.”

Figurăm animalele astfel:

Cai oi raţe pui

Apoi realizăm schema.

Cai = 4 picioare = 1 cap

Oi = 4 picioare = 1 cap

Raţe = 2 picioare = 1 cap

Pui = 2 picioare = 1 cap

Considerăm că toate au cel puţin 2 picioare, atunci dacă sunt 750 capete, 2 picioare la fiecare cap vor face 1500

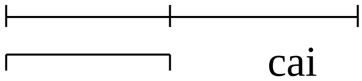
750 capete X 2 picioare = 1500 picioare

Diferenţa o reprezintă picioarele care vor reveni cailor şi oilor pentru a complete până la 4 picioare

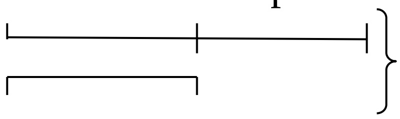
2100 – 1500 = 600 picioare

Deci 600 picioare se vor distribui câte 2 pentru a forma 4

600 : 2 = 300 capete cai şi oi.

ştim că:  oi 300 capete
cai

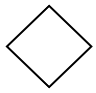
300 : 3 = 100
Oi = 100 X 2 = 200
Cai = 100
Deci avem 200 oi + 100 cai = 300 capete.
Din totalul de capete 750, dăm la o parte 300 şi rămân raţele şi pui:
750 – 300 = 450 capete.

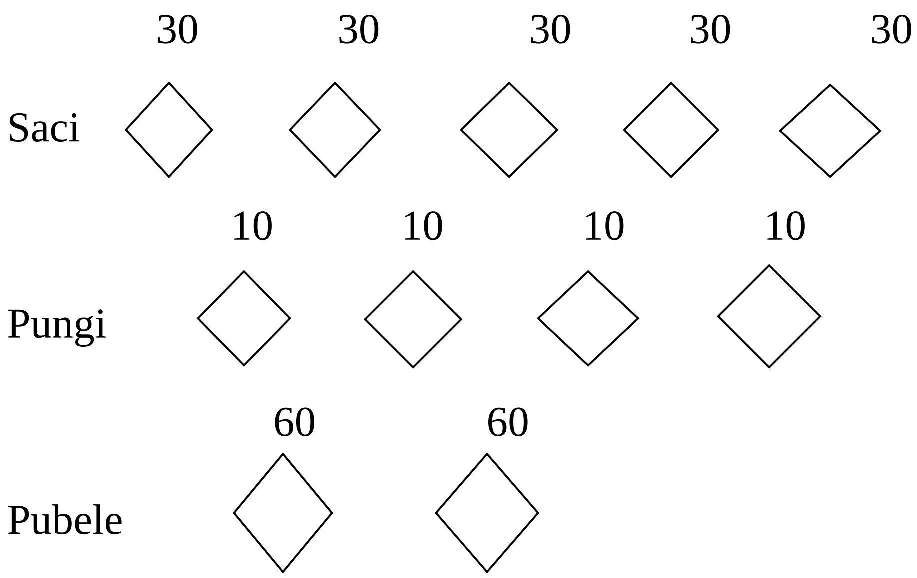
Dar raţe  450 capete
Pui

450 : 3 = 150 deci raţe 150 X 2 = 300
Pui 150
Răspuns: 200 oi, 100 cai, 300 raţe, 150 pui.

2.1.5. Figurarea prin semen convenţionale

”Elevii unei clase au organizat o acţiune ecologică. Ei au strâns într-o zi 5 saci de câte 30 kg, 4 pungi de câte 10 kg şi 2 pubele de câte 60 kg. câte resturi au adunat în 5 zile.”

Stabilim să folosim pentru saci, pungi şi pubele câte , pentru că acesta redă imaginea resturilor menajere.



Rezolvare:
30 kg X 5 = 150 kg
10 kg X 4 = 40 kg
60 kg X 2 = 120 kg
150 kg + 40 kg + 120 kg = 310 kg într-o zi
310 kg X 5 = 1550 kg în 5 zile

2.1.6 Utilizarea literelor şi a combinaţiilor de litere

”Într-o cutie sunt de 3 ori mai multe smochine decât mure. Ele vor fi consummate de 4 copii. Fiecare copil se serveşte cu câte o smochină şi o mură. Acum în cutie rămân de 4 ori mai multe smochine decât mure. Câte smochine şi câte mure erau la început în cutie?”

Analizând problema putem afirma că fiecărei mure îi corespund câte 3 smochine. Notăm cu litere iniţiale şi figurăm.

S S S S S S
MS MS MS MS MS MS
S S S S S S

Cei 4 copii iau câte o mură şi o smochină, figurăm în desen că nu vor mai fi 4 mure şi 4 smochine:

S S S S S S
MS MS
S S S S S S

După ce au luat copiii 4 mure şi 4 smochine situaţia rămâne astfel:

S S S S S S
MS MS
S S S S S S

Au rămas izolate 8 smochine şi grupe de câte o mură şi 3 smochine fiecare, această situaţie este echivalentă cu faptul că au rămas în cutie de 4 ori mai multe smochine decât mure, deci v-a trebui grupe de o mură cu 4 smochine:

S
SMS
S

Cele 8 smochine rămase, vor fi obligate să treacă câte 1 la fiecare grupă deja format pentru a complete până la 4 fiecare grupă, adică vor fi completate 8 grupe.

S S S S S S S S
SMS SMS SMS SMS SMS SMS SMS SMS
S S S S S S S S

Deci în cutie erau 8 mure după ce fiecare copil a luat câte o mură şi o smochină. Înseamnă că la început au fost 8 + 4 = 12 mure şi de 3 ori mai multe smochine

12 X 3 = 36 smochine.

2.2. Metoda comparaţiei

În activitatea matematică, comparaţia este des întâlnită, dar mai ales în problemele în care două mărimi necunoscute sunt legate între ele prin două relaţii liniare precizate, valorile unitare fiind aceleaşi.

Rezolvarea se va limita la eliminarea unei mărimi prin reducere, adică prin adunare sau scădere. Dacă valorile aceleiaşi mărimi sunt egale prin enunţul problemei, reducerea este imediată prin scăderea relaţiilor respective.

Dacă din enunţ nu rezultă valori egale, atunci se va aduce la acelaşi termen de comparaţie.

1. Ana a cumpărat 4 cornuri şi 6 sucuri plătind 28 lei. Dan a cumpărat 4 cornuri şi 8 sucuri plătind cu 4 lei mai mult. Cât costă un corn, dar un suc?

28 + 4 = 32 lei a plătit Dan

4 c. …………….8 s. ……………32 lei
4 c. …………….6 s. …………..28 lei

/ 2 s. …………..4 lei

a. Cât costă un suc?

4 lei : 2 = 2 lei

Cât costă 6 sucuri?

6 X 2 = 12 lei

b. Cât costă 4 cornuri?

28 – 12 = 16 lei

Cât costă un corn?

16 : 4 = 4 lei

Răspuns: 2 lei, 4 lei.

2.3. Metoda proiectelor

Rezolvarea se bazează pe o ipoteză sau mai multe, se confruntă apoi situaţia reală cu cea creată prin introducerea datelor ipotetice. Metoda se mai numeşte şi metoda falsei ipoteze pentru că ipoteza care se face nu corespunde decât întâmplător. Se pleacă de la întrebarea problemei, asupra măsurii pe care o căutăm, facem o presupunere complet arbitrară. Reface problema pe baza presupunerii făcute. Mărimile sunt proporţionale, rezultatele obţinute pe baza presupunerii se ”translatează” în plus sau în minus, după cum presupunerea făcută este mai mică, respectiv mai mare decât rezultatul real.

Refăcând problema ajungem la un rezultat care nu concordă cu cel real din problemă. Este mai mare sau mai mic.

Comparăm rezultatul presupunerii cu cel real din punct de vedere al câtului şi observăm de câte ori am greşit când am făcut presupunerea. Obţinem un număr cu ajutorul căruia ”corectăm” presupunerea făcută, o micşorăm sau mărim de acest număr de ori.

”Un camion a transportat la magazin 168 lădiţe cu roşii unele de 8 kg şi altele de 10 kg. Câte lădiţe au fost din fiecare dacă în total au fost transportate 1484 kg de roşii?”

Presupunem că toate lădiţele aveau 10 kg.

168 X 10 = 1680 kg

Care este diferenţa?

1680 – 1484 = 196 kg

Care este diferenţa de kg la lădiţă?

10 – 8 = 2 kg

Câte lădiţe sunt de 8 kg?

196 : 2 = 98 kg

Câte lădiţe sunt de 10 kg?

168 – 98 = 70 lădiţe

Răspuns: 98, 70 lădiţe.

Problemele din această categorie sunt numeroase la clasele primare şi se impun prin dificultatea sporită pentru că fac trecerea între problemele de mărimi direct şi invers proporţionale.

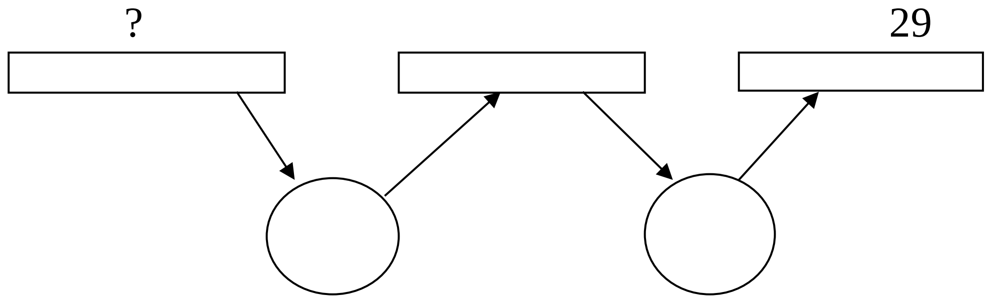
2.4. Metoda mersului invers (metoda retrogradă) – se foloseşte în anumite probleme în care elementul necunoscut apare la începutul şirului de relaţii date în enunţ. Urmărind enunţul de la sfârşit la început (mergând în sens invers enunţului) trebuie să se determine penultimul rest pe baza relaţiei sale cu ultimul rest, apoi antepenultimul rest, până când se ajunge la numărul iniţial. Analizând operaţiile date în enunţ şi cele efectuate în rezolvarea problemei, se poate constata că fiecare etapă se efectuează operaţia inversă celei din enunţ. Deci nu numai ”mersul” este invers, ci şi operaţiile efectuate pentru rezolvare sunt inverse celor din probleme.

Exerciţiile ce se pot obţine din rezolvarea unora dintre aceste probleme sunt denumite cu ”x”, care sunt de fapt ecuaţii de gradul I cu o necunoscută, dar care, pentru elevii mici se rezolvă prin raţionament aritmetic.

Exemplu:

”Dintr-un autobuz au coborât la prima staţie 1/7 din numărul de călători existenţi şi s-au mai urcat 14. La staţia următoare au coborât ¼ din numărul de călători şi s-au mai urcat 5, după care, în autobuz, se găsesc 29 de călători. Câţi călători erau la început în autobuz?”

Conţinutul problemei, pentru a fi mai bine înţeles de elevi, poate fi reprezentat grafic. Sunt mai multe posibilităţi de reprezentare, dar la probleme de tipul acesta reprezentarea se face conform desfăşurării în timp a acţiunii, reprezentând etapele din enunţ:



Notăm:

R1 –nr. călătorilor care sunt în autobuz după prima staţie;

R2 – nr. călătorilor care sunt în autobuz după a doua staţie;

R3 – nr. călătorilor ce au continuat traseul, deci

R4 – 29

După aceste notaţii putem afla cât reprezintă R2

R2 = 29 – 5 = 24 de călători

Tot 24 reprezintă 3/4 , deci ¼ este 24 : 3 = 8, deci au continuat traseul 24 de călători care reprezintă ¾ din numărul călătorilor, pentru că au coborât 8, adică ¼ din numărul călătorilor existenţi.

Înainte ca autobuzul să oprească în staţia a doua erau 24 + 8 = 32 de călători. Cum ajunseseră în autobuz 32 de călători?

După ce au urcat 14 şi coborâseră 1/7 din cei existenţi în autobuz 32 – 14 = 18, dar cei 18 călători reprezintă 6/7 din numărul iniţial al călătorilor, iar 1/7 coborâseră, deci întregul este format din 6/7 + 1/7 = 7/7

2.5. Probleme care se rezolvă prin metoda reducerii la unitate

Problemele care se rezolvă folosind regula de trei simplă, de obicei, se rezolvă prin procedeul proporţiilor (clasele mai mari) şi prin procedeul reducerii la unitate în clasa a IV-a.

Această metodă constă în a reduce compararea mai multor mărimi date în probleme cu compararea lor cu una din ele luată ca unitate.

Prin regula de trei simplă se rezolvă acele probleme în care se dau două mărimi direct sau invers proporţionale A şi B şi se cunosc numerele a şi b, care exprimă valorile necorespunzătoare mărimii B. Trebuie să se găsească al doilea număr care exprimă valoarea respectivă a mărimii B. Regula de trei simplă este astfel denumită deoarece, în fiecare problemă care se rezolvă prin această regulă, sunt date trei numere şi se caută al patrulea, proporţional cu numerele date. Singura greutate este în a reuşi stabilirea dependenţei între mărimi direct sau invers proporţionale.

Exemplu:

”S-au cumpărat un curcan, două gâşte, trei găini şi patru pui plătindu-se 1400 lei. Cu cât s-a plătit fiecare pasăre dacă un curcan costă cât o gâscă şi două găini împreună, o gâscă preţuieşte cât o găină şi doi pui, iar o găină cât un pui plus 40 lei.”

Este evident că nu ştim cât se plăteşte pentru fiecare pasăre, dar putem, să luăm ca unitate un pui şi scriem:

- Preţul unui pui este ”x” lei, cumpărându-se 4 pui s-a plătit 4 x lei;
- Preţul unei găini este x + 40 lei, iar preţul a 3 găini este 3x + 120 lei;
- Preţul unei gâşte este x + 40 + 2x = 3x + 40 lei;
- Preţul unui curcan este 3x + 40 + 2x + 80 = 5x + 120 lei.

Urmează să avem preţul tuturor păsărilor:

$$4x + 3x + 120 + 6x + 80 + 5x + 120 = 1400 \text{ lei}$$

Preţul unui pui 60 lei, al unei găini 100 lei, al unei gâşte 220 lei şi al unui curcan 420 lei.

Aceasta este metoda sintetică combinată cu metoda reducerii la unitate în rezolvarea problemei.

Folosind metoda sintetică: preţul unui pui fiind x (luat ca unitate) trebuie să vedem câte unităţi are suma: A + 2B + C + 4D unde A,B,C,D reprezintă sumele plătite pe un curcan, o gâscă, o găină şi un pui.

$C = X + 40$, $B = 3X + 40$, $A = B + 2C = 5X + 120$, $1400 = 18X + 320$

Preţul la 18 pui este de 1080 lei deci al unui singur pui este 60 lei.

Regula de trei simplă, compusă, precum şi regulile de dobânzi procente, de repartiţie directă sau inversă de amestecuri şi aliaje formează un ansamblu de probleme care se pot rezolva prin reducere la unitate.

Exemplu:

”Din 200 kg grâu se obţin 180 kg făină. Ce cantitate de grâu este necesară ca în aceleaşi condiţii să se obţină 1350 kg făină?”

Datele problemei se organizează şi se reprezintă schematic astfel:

Făină   grâu

180 kg ……………… 200 kg

1350 kg………………….x kg

X = 200 X 1350/180 = 1500 kg

Răspuns: 1500 kg grâu

2.6. Metoda înlocuirii – este o metodă care constă în eliminarea unei mărimi din problemă prin înlocuirea ei cu altă mărime.

Exemplu:

”Un elev cumpără 5 pixuri şi 3 creioane şi plăteşte 72 lei. Cât costă 1 pix şi 1 creion dacă pixul este de 3 ori mai scump decât creionul?”

Transformăm 5 pixuri în creioane.

5 pixuri = 15 creioane. Câte creioane sunt acum?

15 + 3 = 18 creioane

Cât costă un creion?

72 : 18 = 4 lei

Cât costă 3 creioane?

4 x 3 = 12 lei

Cât costă 5 pixuri?

72 – 12 = 60 lei

Cât costă un pix?

60 : 5 =12 lei

Răspuns: 4, 12 lei

3. Probleme de mişcare – sunt acelea în care se află una dintre mărimile: distanţa, viteza sau timpul. În rezolvarea problemelor de ”mişcare uniformă” legea mişcării unei forme este esenţială d = v x t. problemele constau în determinarea unei mărimi, atunci când se cunosc celelalte două. În rezolvarea problemelor de mişcare se pot folosi atât metodele aritmetice generale cât şi cele algebrice.

Problemele de mişcare pot fi:
- Probleme de mişcare în acelaşi sens;
- Probleme de mişcare în sensuri contrare.

Exemplu: ***probleme de mişcare în acelaşi sens***

”Andrei a plecat la ora 8 spre bunica sa, deplasându-se cu scuterul şi având viteza de 40 km/h. aflând că bunica este plecată, fratele lui a plecat la ora 10, să-l întoarcă din drum, mergând cu maşina cu 60 km/h. Ştiind că bunica locuieşte la 250 km depărtare de ei, aflaţi:

a. În cât timp fratele l-a ajuns din urmă pe băiat?
b. La ce distanţă de locuinţa lui Andrei l-a ajuns?”
c. Cât timp s-a deplasat băiatul singur fără a fi urmărit?

10 – 8 = 2 h

Ce distanţă a parcurs în acest timp?

2 x 40 = 80 km

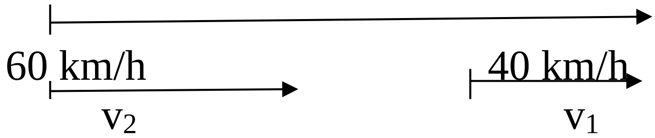
Deci fratele lui trebuia să recupereze 80 km

Cât recuperează într-o oră (care este diferenţa de viteze)?

60 – 40 = 20 km

În cât timp a recuperat cei 80 km (l-a ajuns din urmă pe băiat)?

80 : 20 = 4 h

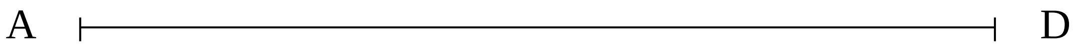


a. La ce distanţă de locuinţa lui Andrei acesta a fost ajuns din urmă (ce distanţă ar fi parcurs fratele în 4 h.)?

4 x 60 = 240 km

Exemplu – ***probleme de mişcare în sensuri contrare.***

”Ana şi Dan au plecat în acelaşi timp, din două oraşe aflate la o distanţă de 112 km, pentru a se întâlni. Ana mergea cu motocicleta, având o viteză de 42 km/h, iar Dan, cu bicicleta, cu viteza de 14 km/h. după cât timp de la plecare s-au întâlnit?”



$v_1 = 42$ km/h $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $v_2 = 14$ km/h

Pentru a se întâlni, copiii vor parcurge distanţa de 112 km.

Cât timp le trebuie? Cu câţi km se micşorează distanţa de 112 km într-o oră?

42 + 14 = 56 km

Dacă într-o oră cei doi parcurg 56 km, atunci în câte ore parcurg distanţa de 112 km.

112 : 56 = 2 h

Răspuns: 2 h.

3.1. Metoda rezultatelor intermediare – rezolvarea prin această metodă cere cunoaşterea unor rezultate care au rolul de a înlesni trecerea spre găsirea rezultatului final. Rezultatele sunt intermediare şi se obţin prin calcule directe.

Exemplu:

”Un robinet umple un bazin de 84 hl în 12 ore. Un alt robinet umple un bazin de 120 hl în 24 ore. Dacă ambele robinete ar curge intr-un bazin de 612 hl, în câte ore l-ar umple?”

- Aflăm debitul primului robinet:

  84 : 12 = 7 hl/h
- Aflăm debitul celui de al doilea robinet:

  120 : 24 = 5 hl/h
- Aflăm cantitatea ce trece prin cele două robinete timp de 1 h.

  7 + 5 = 12 hl/h
- Aflăm în cât timp cele două robinete umplu cel de al treilea bazin:

  612 : 12 = 51 h

4. Probleme de geometrie

Studiul geometriei la clasele I-IV implică înarmarea elevilor cu un sistem de cunoştinţe coerent şi bine structurat despre formele obiectelor lumii reale, mărimea şi înzestrarea acestora, formarea deprinderii lor de a efectua măsurători, precum şi înzestrarea cu instrumente ştiinţifice, în baza cărora elevul să poată înţelege şi acţiona eficient asupra mediului înconjurător, atât sub raportul organizării, cât şi al cunoaşterii lui tot mai adânci.

În clasele mici, prin studiul elementelor de geometrie, învăţătorul urmăreşte sensibilizarea gândirii elevilor spre acele cunoştinţe şi abilităţi geometrice care sunt funcţionale. Funcţionalitatea cunoştinţelor, deprinderilor şi priceperilor geometrice trebuie să determine la şcolarul mic comportamente corespunzătoare generate de:

- Necesitatea cunoaşterii spaţialităţii proxime sub raportul formei şi mărimii;
- Orientarea în mediul ambiant şi reprezentarea acestui spaţiu;
- Alegerea drumului mai convenabil în deplasarea reală;
- Rezolvarea corectă a problemelor de geometrie sau a situaţiilor reale.

În ceea ce priveşte rezolvarea problemelor de geometrie trebuie avute în vedere două aspecte:

a. Abilitatea practică de a şti să rezolve probleme se capătă prin exerciţiu, prin studiul de modele reale sau create printr-o activitate îndrumată, printr-o activitate de grup, în mod obligatoriu, printr-o activitate personală.

b. Activitatea de rezolvare a problemelor de geometrie asigură şi consolidarea cunoştinţelor, realizând deschideri în planul motivaţiilor favorabile continuării studiului, dezvoltării pe mai departe a rafinamentului gândirii geometrice.

În rezolvarea problemelor de geometrie se cer respectate anumite condiţii:

c. Rezolvarea problemelor trebuie să se facă pe baza figurilor geometrice pe care acestea le presupun, iar construcţia desenului trebuie executată astfel încât să fie respectate proprietăţile figurii şi notaţiile;

d. Elevii trebuie atenţionaţi asupra necesităţii ca în faza de examinare a problemelor de geometrie să coreleze măsurile şi elementele figurii astfel încât ele să fie măsurate cu aceeaşi unitate de măsură.

e. Se rezolvă probleme de mediu înconjurător (aria curţii şcolii, aria unei alei) cu întocmirea figurilor geometrice respective şi efectuarea în teren a măsurătorilor necesare;

f. Pentru a adânci înţelegerea formulelor de calcul al perimetrului sau al ariei, precum şi pentru stimularea imaginaţiei geometrice, este necesară să se rezolve anumite ”situaţii problemă cerute sau puse de textul problemei”.

5. Probleme atipice sau nonstandard

O categorie aparte de probleme care nu se supun exigenţelor vreunui criteriu de clasificare şi care nu permite aplicarea unei metode este cea a problemelor nonstandard.

În această categorie încadrăm acele probleme care, după cunoaşterea enunţului, rezolvitorul, chiar cel cu experienţă, nu reuşeşte să-l încadreze într-o categorie sau să găsească metoda de rezolvare. În situaţia în care, după mai multe sau mai puţine încercări, când gândirea şi imaginea au lucrat febril, se ajunge la descoperirea soluţiei, rezolvitorul devine creator. Conduita lui este creativă deoarece nici o problemă nu seamănă cu alta, de fiecare dată cel care rezolvă o problemă recreativă este obligat să găsească o anumită cale de rezolvare proprie fiecărei probleme. Aceste probleme au bogate valenţe formative, de aceea nu trebuie neglijate în ciclul primar. Valenţele formative ale acestei activităţi matematice vizează:

- Cultivarea creativităţii elevilor (îndrăzneala, isteţimea, spiritul novator, iscoditor, flexibilitatea gândirii);
- Crearea unor situaţii generatoare de motivaţie intrinsecă, cu consecinţele favorabile în planul interesului pentru matematică, al atitudinilor de căutare de noi probleme, al apariţiei unor satisfacţii noi care întăresc pozitiv motivaţia şcolară;
- Educarea unor trăsături volitive pozitive (tenacitate, concentrare, voinţa de a învinge).

Exemplu:

1. ”Un melc se plimba pe scândura circulară a unei fântâni. speriindu-se de o pasăre, şi-a pierdut echilibrul şi a căzut în fântână pe o distanţă de 20 m, până la nivelul apei. De frica morţii şi pentru a se salva, a procedat astfel: ziua urca câte 5 m, iar noaptea cădea câte 4 m. după câte zile poate ieşi din fântână?

Atenţie! Nu vă grăbiţi să daţi răspuns pripit!”

Mod de gândire:

Textul problemei atenţionează asupra faptului că foarte uşor se poate ajunge la un răspuns greşit. Copii pot fi tentaţi să gândească astfel: dacă zilnic urcă 5 m şi coboară 4 m, atunci avansează zilnic 1 m şi deci poate ieşi din fântână în 20 zile.

Răspunsul este greşit, judecata problemei s-a făcut pe jumătate.

Copilul trebuie să sesizeze faptul că melcul urcă 1 m în fiecare zi dar, în ultima zi (nu se ştie a câta) el urcă 5 m dar, nu mai poate coborî 4 m pentru că el este deja pe scândura circulară.

În ultima zi, el urcă 5 m. din cei 20 m se scad 5 m şi rămân 15 m care sunt parcurşi în 15 zile. Este foarte uşor acum de aflat numărul de zile în care melcul iese din fântână.

15 + 1 = 16 zile

2. Vânătorească:

”Speriată de vânători, o vulpe fuge să scape de câinele ce o urmărea. Vulpea este înaintea acestuia cu 60 de sărituri. După câte sărituri va ajunge câinele vulpea, dacă 3 sărituri ale câinelui fac cât 7 sărituri ale vulpii?”

Rezolvare:

Dacă 7 sărituri de vulpe fac cât 3 sărituri de câine, deci la fiecare 3 sărituri câinele recuperează 7 – 3 = 4 sărituri. El are de recuperat 60 de sărituri pe care le recuperează câte 4 la fiecare 3 sărituri, deci el face 60 : 4 = 15 grupe de câte 3 sărituri, deci face 15 X 3 = 45 sărituri.

3. ”Într-o școală sunt 731 elevi. Arătaţi că există cel puţin 3 elevi care își serbează ziua de naștere în aceeași zi a anului (se va considera anul de 365 zile)?”

Soluţie:

Să presupunem că nu există trei astfel de elevi, înseamnă că în fiecare zi a anului își serbează ziua de naștere cel mult 2 elevi. Dacă în fiecare zi a anului își vor serba ziua de naștere doi elevi atunci, în total într-un an își vor serba ziua de naștere 365 X 2 = 730 elevi. Dar în școală sunt 731 de elevi, deci cel de al 731-lea elev își va serba ziua de naștere împreună cu alţi doi.

4. ”La un concurs de matematică participă 300 elevi, repartizaţi în mod egal în 15 săli. Să se afle:

a. Cel mai mic număr de fete care ar trebui să participe știind că, indiferent cum s-ar face repartizarea, în fiecare sală să fie cel puţin o fată”

b. Cel mai mare număr de fete care ar putea să participe astfel încât, indiferent de modul cum se face repartizarea pe săli, să existe o sală numai cu băieţi.

Soluţie:

b. Putem gândi problema în două moduri:

1. Să presupunem că există o sală în care, indiferent de modul în care se face repartizarea în celelalte săli, nu se află nici o fată.

Această situaţie este posibilă în cazul extrem când în celelalte săli sunt numai fete, deci un număr de 14 X 20 = 280 fete. Dacă mai există cel puţin o fată, atunci precis și în a 15-a sală vor fi fete. Deci, numărul minim căutat este 281.

2. Punctul a. al problemei este echivalent cu enunţul. Să se arate numărul maxim de băieţi astfel încât, indiferent cum s-ar face repartizarea, să nu existe nici o sală cu băieţi.

Rezultă de aici că, chiar în cazul în care toţi băieţii sunt repartizaţi în aceeași sală așa că ei să nu completeze toate cele 20 de locuri, numărul maxim de băieţi este 19.

Rămâne ca numărul minim de fete 300 – 19 = 281

b. 1. Presupunem că într-o singură sală sunt numai băieţi. Atunci în celelalte 14 săli trebuie să fie cel mult câte o fată. Deci, numărul maxim de fete este 14.

b. 2. Să aflăm numărul maxim de băieţi astfel încât, oricum s-ar face repartizarea să fie o sală numai cu băieţi. dacă în primele 14 săli am așeza câte 19 băieţi, iar în a 15-a, 20 de băieţi, înseamnă că a realizat minimum necesar.

14 X 9 + 20 = 286

Rămâne că numărul maxim de fete este 300 – 286 = 14