FIŞA 1

I. 1. Se consideră matricele $A \in M_{4,5-n}(C)$ si $B \in M_{m^2,2}(C)$. Să se determine $m,n \in Z$ astfel încât să fie posibilă relaţia A = B.

2. Să se scrie matricea $A = (a_{ij})_{4x4}$ ştiind că $a_{ij} = \max\{i, j\}, i, j = \overline{1,4}$

3. Să se determine elementele necunoscute din următoarea egalitate:

$$\begin{pmatrix} C_{n+1}^2 & \sqrt{x^2+7} \\ \sqrt[3]{b^2} & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2C_n^2 & 4 \\ 4 & \log_2 4 \end{pmatrix}$$

II. Se dau matricele:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$$

Să se calculeze: A + B ; ${}^tA + {}^tB$; ${}^t(A + B)$; ${}^t(A – B + {}^tC)$; 3A + 5B

III. Să se determine matricea A, ştiind că:

$$2A + \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & 9 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 4! & C_4^2 & \ln 2 \\ \lg 1 & A_3^2 & i^{100} \end{pmatrix}$$

TEMĂ:

1. Se dau matricele: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ -3 & -2 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 1 \\ 0 & -9 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Să se determine A+B; A – B; -A – B; 5A + 3B; A - $\sqrt{2}$ O_3

2. Să se calculeze matricea $A = \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} 1 & k \\ k^3 & k(k+1) \end{pmatrix}$

FIŞA 2

I. 1. Să se scrie matricea $A = (a_{ij})_{3x3}$ ştiind că $a_{ij} = j^{i+1}$; $i + j = \overline{1,3}$

2. Să se determine $x, y, a \in R$ astfel încât $A = I_2$, unde

$$A = \begin{pmatrix} 2^{x-1} & 0 \\ \log_2(a-1) & 4y^2 - 3x \end{pmatrix}$$

3. Se dă matricea de ordinal trei $A = \begin{pmatrix} 5 & 6-a & \sqrt{b} \\ a^2 & -1 & -10 \\ 3 & 3c+2 & n \end{pmatrix}$. Să se determine a, b, c, n astfel ca ${}^tA = A$.

II. Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

Să se calculeze: A + B; A – B; ${}^tA$; ${}^tB$; ${}^t(A + B)$; 2A + 3B

III. Să se determine matricea A, dacă:

$$2\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 3A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

TEMA:

1. Matricele A, B verifică egalităţile: $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; 2A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

   Să se calculeze: A - B; ${}^tA$; ${}^tB$

2. Să se calculeze matricea $A = \sum_{k=1}^{n} \begin{pmatrix} 1 & 2^k \cdot 3^{k+1} \\ 2^k & 2^k \cdot 3^{-k} \end{pmatrix}$

FIŞA 3

I. 1. Se consideră matricele:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 4\\ -7 & 8 & 2\\ 0 & -4 & 1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2 & -3 & \sqrt{3}\\ -2 & -5 & \frac{4}{3}\end{pmatrix}; C=\begin{pmatrix}8\\ -1\\ 1+i\end{pmatrix}; D=\begin{pmatrix}\frac{2}{3} & -i & \sqrt{5} & -7\end{pmatrix}$$

a) Să se precizeze tipul matricelor A, B, C, D.

b) Să se precizeze valoarea de adevăr a propoziţiilor:

- $a_{11} + a_{22} + a_{33}$ reprezintă diagonala principală a matricei A
- Diagonala secundară a matricei A are suma elementelor egală cu 12
- $a_{23} \cdot b_{13}^2 \cdot c_{31}^2 \cdot d_{12} \geq -12$
- $a_{23} = b_{21} = 5d_{11}$

2. Se consideră matricele $A \in M_{9,n^2-2n}(C)$ si $B \in M_{m^2,1}(C)$, să se determine $m, n \in Z$ astfel încât să fie posibil *A* = *B*.

II. Matricea $X=\begin{pmatrix}3a-6 & 1-b & a^2-4\\ b^2-b & c-\sqrt{12} & 4-\sqrt{2}m\end{pmatrix}$ reprezintă matricea nulă de tipul (2,3). Să se determine a, b, c, m $\in R$

III. Să se determine matricele:

$$5A-3B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}; 2A-B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

TEMĂ:

1. Să se determine $x, y \in R,$ astfel încât:

a) $\begin{pmatrix}2^x+3^x & 2^x+2\\ 2^{2x} & 2^x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13 & 6\\ 14 & 10\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix}2^{x+1}+3^y & 2^{x-1}+9^y\\ 3^x+2^y & 2^z+3^y-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 10\\ 5 & 2\end{pmatrix}$

2. Să se scrie matricea $C=(C_{ij})_{3x4}$ ştiind că:

$$C_{ij}=\begin{cases}2, i=j\\ 1, i>j\\ (-1)^{i+j}A_j^i, daca: i<j\end{cases}$$

FIŞA 4

I. 1. Fie $A=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 6 & -1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$. Să se calculeze A · B; B · A.

2. Pentru matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\\ -3 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}3 & 1 & -4 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 5\end{pmatrix}$, să se verifice egalitatea: ${}^t(A\cdot B)={}^tB\cdot{}^tA$

3. Să se calculeze:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1 & 2 & 4\\ 1 & 2 & 1 & 2\\ 1 & 3 & -1 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 2\\ 0 & 1\\ -2 & 2\end{pmatrix}$$

II. 1. Să se determine matricea X care verifică egalitatea:

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$$

2. Se consideră $f: M_2(C)\to M_2(C)$, f(x) = $x^2 - 2x$ şi matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$. Să se calculeze f (A).

III. Să se determine $a,b\in C$ astfel încât:

$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & 1\end{pmatrix}^2+a\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & 1\end{pmatrix}+b\cdot I_2=O_2$$

TEMĂ:

1. Fie $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}3 & 1 & -2\\ 3 & -2 & 4\\ -3 & 5 & -1\end{pmatrix}$

   a) Să se arate că A · B = B · A
   b) Saă se calculeze (A + B)^2 şi A^2 + 2AB + B^2

2. Fie $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$. Să se arate că A^3 = I$_3$

3. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & 5\end{pmatrix}$.

   Să se afle $a,b\in C$, pentru care $AB=BA$

FIŞA 5

I. 1. Fie $A=\begin{pmatrix}-1 & 4 & 1\\ 0 & 3 & 1\\ -2 & 2 & -1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$. Să se calculeze:

a) A + B, AB şi BA
b) A^2, B^2, $A^2 - B^2$
c) AB – BA

2. Fie $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & \sin\frac{\pi}{6}\\ \cos\frac{\pi}{2} & 1 & 2\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & 3\\ -2 & tg0\end{pmatrix}$. Să se determine AB – BA.

3. Fie $A=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}-3 & 1 & -1\end{pmatrix}$. Să se determine AB + BA.

II. 1. Să se determine matricea $A\in M_2(C)$, astfel încât $A^2 = 2A$.

2. Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 2 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 3\end{pmatrix}\in M_3(Q)$.

Dacă $f(x) = x^2 + 3x + I_2$, să se calculeze $f(A)$.

III. 1. Să se calculeze A^n în cazul $A=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

2. Să se determine matricea $X\in M_2(R)$ în cazul $X^n=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

TEMĂ:

1. Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Să se determine a, b $\in C$ pentru care $A^3 = aA^2 + bA$.

2. Să se afle $x\in C$ astfel încât $AB = BA$, unde:

$A=\begin{pmatrix}1 & x-1\\ x & 1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}x & x-1\\ x-2 & x\end{pmatrix}$

3. Să se calculeze A^n pentru $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$.

FIŞA 6

I. 1. Să se calculeze: $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & \cos 0 \\ 2 & -1 & \sin\frac{\pi}{2} \\ 0 & 1 & tg\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}$ Să se calculeze $A \cdot B$.

3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 4 & -3 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

Să se calculeze: A^2, A^3, A^{20}; $(A^3 + I_3)^{10}$

II. 1. Să se determine X care verifică egalitatea: $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$

2. Se dau matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & k \\ k^2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se determine matricea $C(k) = A \cdot B \cdot {}^t A$

b) Să se calculeze S = C(1) + C(2) + …..+ C(10).

III. Fie $A(x) = \begin{pmatrix} 1-2x & x \\ -6x & 1+3x \end{pmatrix} \in M_2(R)$

a) Să se arate că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + xy), \forall x, y \in R$

b) Să se verifice egalităţile:

$$A^2(x) = A((x+1)-1)$$

$$A^3(x) = A((x+1)^3 - 1)$$

c) Să se calculeze $A^{2013}(1)$

TEMĂ:

1. Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Să se arate că pentru $n \geq 2, A^n - A^{n-2} = A^2 - I_3$

b) Să se calculeze $A^n, n \geq 2$

2. Sa se determine $X \in M_2(R)$, dacă $X^3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$